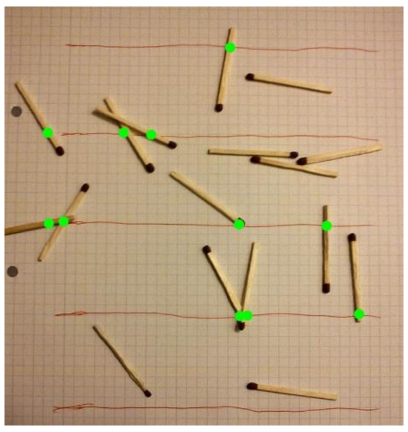
Buffons nålproblem

Buffons nålproblem är ett problem inom geometrisk sannolikhetsteori först framställt av den franske naturforskaren Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon år 1733 och löst av honom 1777.

Problemet:
Hur stor är sannolikheten att en slumpmässigt kastad nål med längden a kommer landa på en linje, givet en plan yta linjerad med parallella linjer med avståndet b där b>a .

Den sökta sannolikheten är fantastiskt nog $\frac{2a}{\pi b}$.

Genom att kasta en nål på ett bord kan man alltså experimentellt uppskatta värdet på π.



Ett experiment med 17 kast ger ett uppskattat värde av $\pi = \frac{34}{11} \approx 3{,}1$

Den schweiziske astronomen Rudolf Wolf (1816–93) avslutade 1853 en serie med 5 000 kast, där han använde a=36 mm, b=42 mm och fann 2 532 skärningar, vilket ger uppskattningen $\pi \approx (5\,000/2\,532) \cdot 72/45 = 3{,}1596$.

Ni kan själva kasta virtuella nålar samt se en härledning av sannolikheten på följande webbsida:

https://mste.illinois.edu/activity/buffon/

Finn ditt namn i Pi!

År 1761 bevisade matematikern Johann Heinrich Lambert att π är irrationellt d.v.s. π kan ej skrivas som ett bråk med både täljare och nämnare som heltal.

Bevisets delar var att först visa att följande kedjebråk är sant:

$$\tan(x) = \cfrac{x}{1 - \cfrac{x^2}{3 - \cfrac{x^2}{5 - \cfrac{x^2}{7 - \ddots}}}}.$$

Därefter visade Lambert att om x har ett värde skiljt från noll och samtidigt rationellt måste ovanstående kedjebråket vara irrationellt.

Eftersom $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ *följer det att* $\frac{\pi}{4}$ *är irrationellt och därmed att π är irrationellt.*

Ibland påstås att tack vare att π är irrationellt så måste varje sekvens av tal återfinnas i π:s decimalutveckling. En sådan slutsats kan ej dras då irrationaliteten endast anger att π:s decimalutveckling är ickeperiodisk d.v.s att aldrig samma decimaler upprepar sig med en viss period. Vi vet faktiskt ej om π innehåller alla siffror ett oändligt antal gånger. Det skulle kunna vara så att $\pi = 3{,}1415926535.....1010010001000010000001...$ och fortfarande vara irrationellt.

Frågan om alla talsekvenser finns med i π:s decimalutveckling hör samman med frågan om dess decimalutvecklingen är ”slumpmässig” detta motsvarar att π är ett *normalt tal*. Ett tal sägs vara ”enkelt normalt i basen *b* ” om dess utveckling i basen *b* innehåller varje siffra med en genomsnittlig frekvens som går mot $\frac{1}{b}$. I ett normalt decimaltal förväntas följaktligen varje siffra 0-9 inträffa 1/10 av tiden varje par av siffror 00-99 inträffa 1/100 av tiden o.s.v. De statistiska tester som gjort av första biljonen decimaler i π indikerar att π nog är ett normalt tal men något bevis finns ej.

Om π är normalt kommer varje tänkbar ändlig sekvens av siffror att dyka upp i decimal-utvecklingen inte bara en gång utan ett oändligt antal gånger. Om siffror kodas till bokstäver innebär detta att alla tänkbara texter kommer att dyka upp ett oändligt antal gånger!!

Hitta ditt namn i π i följande länk :
http://www.dr-mikes-math-games-for-kids.com/your-name-in-pi.html

Webbplatsen fungerar genom att 31 415 929 siffror i π uttryckts i talbasen 27 så att .=0, A=1, B=2, C=3,…Z=26. I denna bas är π=C.CVEZ.. Sannolikheten att hitta en sekvens på tre eller färre bokstäver är ca.100% sju eller flera nästan 0%.

Lycka till i sökandet efter ditt namn!

Formler för π

Här kommer några kända formler för att beräkna π:

James Gregory (1638-1675) och oberoende Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) skrev ner π som en oändlig summa:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots. = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

Matematikern John Wallis uttryckte år 1655 talet π som en oändlig produkt.

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\frac{4\cdot 4}{3\cdot 5}\frac{6\cdot 6}{5\cdot 7}\frac{8\cdot 8}{7\cdot 9}\ldots = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{(2k)^2}{(2k-1)(2k+1)}$$

År 1914 upptäckte den i stor utsträckning självlärde genialiska matematikern Srinivasa Ramanujan (1887-1920) en oändlig summa som snabbt närmar sig (konvergerar) till π.

For estimating π

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

Fler härliga former för π finns på följande webbadress

http://mathworld.wolfram.com/PiFormulas.html